UJIAN TENGAH SEMESTER GASAL 2012/2013 – Jurusan Fisika

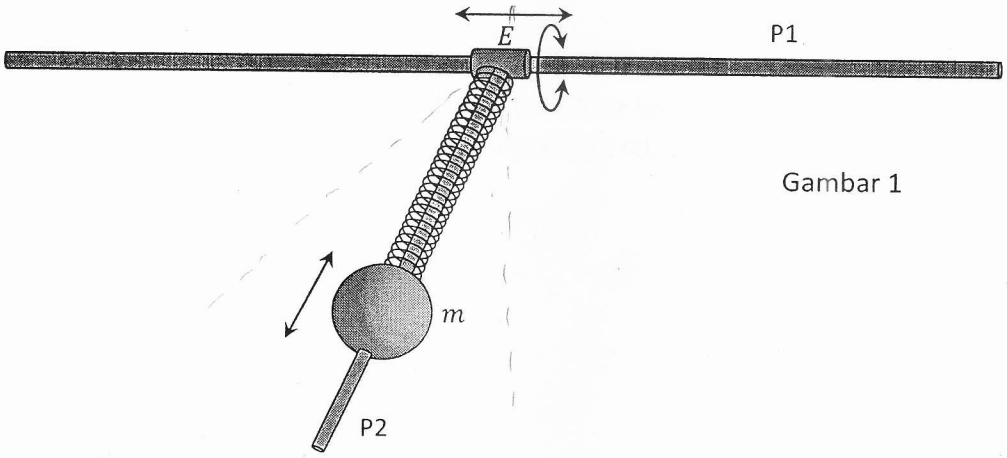
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM - UNIVERSITAS GADJAH MADA

Mata Kuliah : Mekanika Analitik

Dosen : Muhammad Farchani Rosyid

Waktu : 120 menit (mandiri, boleh membuka buku)

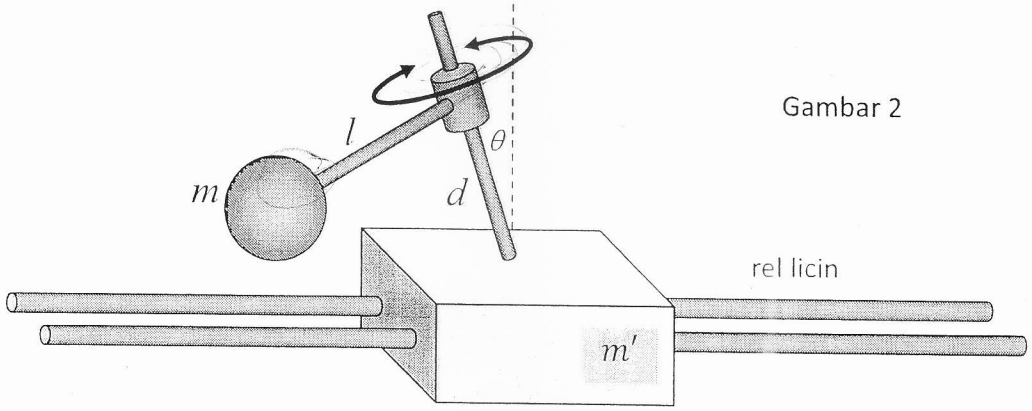
1. Perhatikan Gambar 1. Pada pipa P1 horizontal lurus sangat panjang dipasang engsel E yang dapat bergeser ke kiri dan ke kanan serta berputar tanpa gesekan. Pada engsel itu dipasang pipa ringan P2 sehingga tegak lurus pipa mendatar. Pada pipa P2 ini dimasukkan bola logam bermassa m sehingga dapat bergerak bebas sepanjang pipa tanpa gesekan. Bola itu dikaitkan dengan engsel melalui pegas ringan yang tak ideal. Percepatan gravitasi setempat g.



Gambar 1

   a. Tuliskan persamaan yang menggambarkan kendala (constraint) untuk sistem semacam di atas.
   b. Holonomik ataukah nonholonomik kendala pada sistem itu?
   c. Jika dianggap bahwa pegas ideal dengan panjang awal l_0 , turunkan persamaan gerak sistem itu, baik dalam penggambaran Lagrange maupun dalam penggambaran Hamilton.

2. Perhatikan Gambar 2. Sebuah kotak pejal dari logam bermassa m' dipasang pada rel yang berupa dua pipa sejajar. Tidak ada gesekan antara kotak itu dengan rel, sehingga kotak bebas bergerak sepanjang rel (andaikan sumbu-Y paralel dengan arah ini). Pada bagian atas kotak dipasang pipa miring dengan sudut kemiringan sebesar θ terhadap garis normal pada permukaan kotak sedemikian rupa sehingga pipa, garis normal, dan sumbu-Y terletak pada satu bidang. Pada pipa miring itu dipasang engsel yang dapat berputar bebas tanpa gesekan (hanya berputar, tanpa dapat bergeser naik turun). Pada engsel itu dipasang pipa lain yang ringan dengan panjang l. Pada ujung pipa ini dipasang bola logam dengan massa m. Massa semua pipa dan engsel dapat diabaikan. Percepatan gravitasi setempat g.



Gambar 2

a. Tentukan persamaan kendala (*constraint*) pada sistem mekanik tersebut.
b. Tentukan derajat kebebasannya.
c. Tentukan tata koordinat umum untuk sistem tersebut.
d. Tuliskan fungsi Lagrange untuk sistem tersebut.
e. Tentukan gaya-gaya umum yang bekerja pada sistem tersebut.
f. Tentukan momentum-momentum umum sistem tersebut.
g. Tentukan persamaan gerak sistem tersebut.
h. Apa yang terjadi dengan kotak jika bola dilepas dari posisi awal di sekitar titik paling tinggi.
i. Tentukan besaran-besaran yang konstan.
j. Tentukan fungsi Hamilton sistem tersebut.
k. Tentukan persamaan gerak Hamilton.

Petunjuk: Pada awalnya, gunakan sistem koordinat kartesius sedemikian rupa sehingga rel itu berada sepanjang sumbu-Y, sumbu-X mendatar tegak lurus rel, dan sumbu-Z juga tegak lurus berarah ke atas.